No.

Date

埼玉県公立高校入試 H30

1.

(1) $4x + x = 5x$

(2) $6 - 4 \div (-2)$
$= 6 + 2$
$= 8$

(3) $16a^2b \div (-8b) \times a$
$= -\dfrac{16a^2b \times a}{8b}$
$= -\dfrac{16a^3b}{8b}$
$= -2a^3$

(4) $\dfrac{9}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$
$= \dfrac{9\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3}$
$= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
$= \sqrt{3}$

(5) $x^2 + x - 12$
$= (x+4)(x-3)$

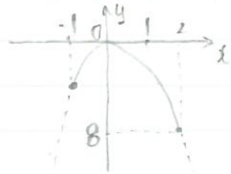
(6) $\begin{cases} 2x - 3y = 11 & \cdots ① \\ y = x - 4 & \cdots ② \end{cases}$

②を①に代入して、
$2x - 3(x-4) = 11$
$2x - 3x + 12 = 11$
$-x = 11 - 12$
$-x = -1$
$x = 1$
これを②に代入して、
$y = 1 - 4$
$y = -3$　　$\therefore x = 1,\ y = -3$

(7) $3x^2 - x - 1 = 0$

$x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$
$= \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 12}}{6}$
$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$

(8) yの変域が$-8 \leqq y \leqq 0$なので
$a < 0$、つまりグラフは下に開くと分かる。
xの変域も考えてグラフを書くと、



左のようになる。
グラフより $x = 2$のとき$y = 8$
これを$y = ax^2$に代入して
$8 = 4a$　　$\therefore a = 2$

(9) $3(2x-1) = -9$
$6x - 3 = -9$
$6x = -9 + 3$
$6x = -6$
$x = -1$

分配法則　ア
両辺に3を足す　イ
左辺の整理　ウ
両辺を6でわる　エ

よって、イが答えとなる

(10) 平均値 $= \dfrac{(\text{階級値} \times \text{度数})\text{の合計}}{\text{度数の合計}}$

なので、まず各階級の階級値を考えると、
0以上～10未満は $\dfrac{0+10}{2} = 5$
他の階級も同様にして、上から15、25、35、45。
これに各階級の度数をかけて、足したものを
度数の合計でわると、
$\dfrac{5 \times 2 + 15 \times 6 + 25 \times 7 + 35 \times 4 + 45 \times 1}{20}$
$= \dfrac{460}{20} = 23$　　$\therefore 23\,(m)$

No.

Date

(11)
① 食塩の量、食塩水の量、濃度(割合)
の関係は、

食塩 = 食塩水 × 割合

である。

左図にあてはめ、
し・わ・す
で覚えると良い。

この式にあてはめて計算をすると、

$\dfrac{7}{100} \times 600 = 42$
$\therefore 42g$

※ パーセントと割合は別物なので、
計算をする際は、きちんと割合に
直してから式をたてること。
例) $12\% \to \dfrac{12}{100}$

② 上の関係を利用して表を埋めると、

	6%	10%	7%
食塩水の質量	x	y	600
食塩の割合	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{7}{100}$
食塩の質量	$\frac{6}{100}x$	$\frac{10}{100}y$	42

表の1段目と3段目を利用して式をたてると、
$\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{6}{100}x + \frac{10}{100}y = 42 \end{cases}$

これを解いて、$x = 450,\ y = 150$
したがって、6%の食塩水 $450\,(g)$
10%の食塩水 $150\,(g)$

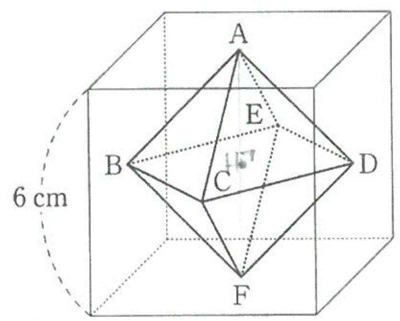
No.

Date

2

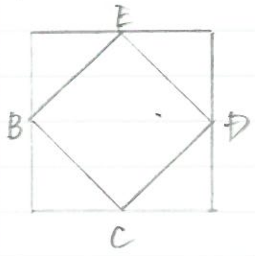
(1) 大小2つのさいころを同時に1回投げたときの数の組み合わせは36通り。
また、abの約数が3個以上ということはabは、1と素数以外ということになる
つまり、全体の36通りから1と素数以外の組み合わせを引けばいい。
ここで、1と素数になるa、bの組を数えると、
(1,1)、(1,2) (1,3)、(1,5)
(2,1) (3,1) (5,1) の7通り
よって、$36-7=29$より、約数が3つ以上となるabは29通り
$\therefore \frac{29}{36}$

(2)



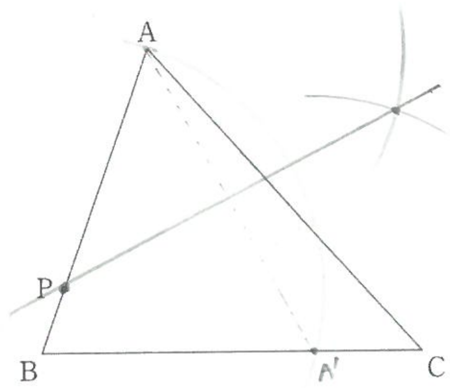
求めたい正八面体の体積は、四角形BCDEを底面とした四角錐2つ分と考えることができる。つまり、
正八面体 = 四角錐(上) + 四角錐(下)
四角形BCDEの面積をSとすると、
$= S \times AH \times \frac{1}{3} + S \times FH \times \frac{1}{3}$
$= S \times (AH+FH) \times \frac{1}{3}$ …①
となる。
ここで、AH+FHは立方体の一辺の長さと等しいので、あとは四角形BCDEの面積Sを求めれば、正八面体の体積が分かる。

問題の立方体を真上から見ると、左図になる。



正八面体の1つの面は正三角形なので、四角形BCDEは正方形である。
正方形の面積は
(対角線)×(対角線)×$\frac{1}{2}$
で求められるので、
$S = 6 \times 6 \times \frac{1}{2}$
$= 18$
よって、①より、
(体積) $= 18 \times 6 \times \frac{1}{3}$
$= 36$ $\therefore 36\,cm^3$

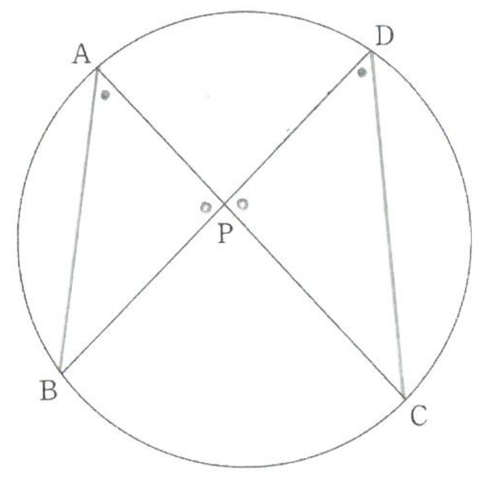
(3)



① Pに針をあて、PAを半径とした弧を描き、A'を作る。

② AA'の垂直二等分線を作図する。

(4)



〈証明〉
△PABと△PDCにおいて、
円周角の定理より
∠BAP = ∠CDP …①
また、対頂角は等しいので、
∠APB = ∠DPC …②
①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、
△PAB ∽ △PDC
相似な図形の対応する部分の長さの比は等しいので、
PA : PD = PB : PC

No.

Date

3

(1) 表から、白いタイルの増え方と黒いタイルの増え方の規則を考えていく
白いタイルについて考える

○番目	1	2	3	4	…	7
白の枚数	1	3	6	10	…	ア

+2 +3 +4 +5

このように、2番目にいくときには +2、
3番目にいくときには +3
⋮
と増えていることが分かる。したがって、
5番目 → 15枚
6番目 → 21枚 +6
7番目 → 28枚 +7

次に、黒いタイルについて考えるが、先に合計枚数の規則についてみていくと、
1番目 → 1
2番目 → 4 = 2^2
3番目 → 9 = 3^2
⋮
と、n^2になっていることが分かる。したがって、
7番目は49枚。
(合計) − (白いタイル) = 黒いタイル
なので、 $49-28=21$ $\therefore$ 21枚

(2) 黒いタイルをa、合計の枚数をn^2とすると、
$n^2 - (\text{白いタイル}) = a$ …※
また、(白いタイル) − (黒いタイル) = n に着目すれば、
(白いタイル) − $a = n$
(白いタイル) $= n + a$
これを※に代入して、
$n^2 - (n+a) = a$
aについて解いて、 $a = \frac{n^2-n}{2}$

4

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$ 　$y=ax^2$

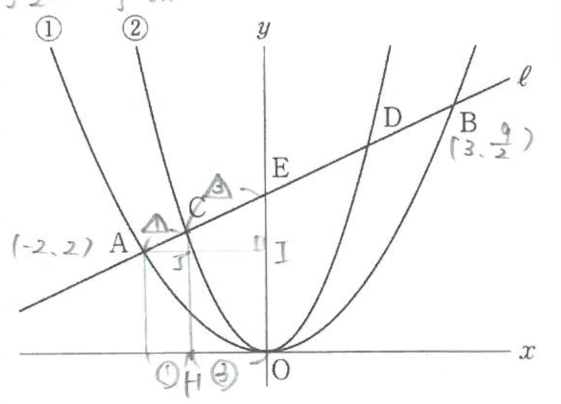


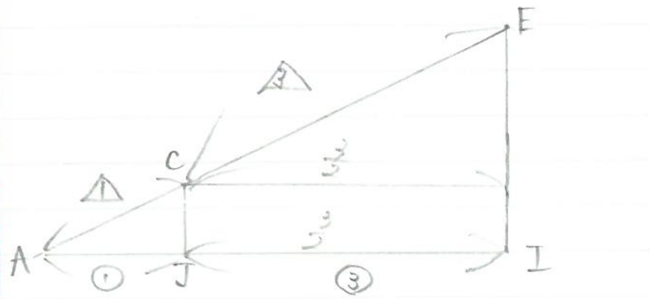
図 1

A、B の座標をそれぞれ求める。どちらも
$y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点であるので、$x=-2$、$x=3$ を
代入することで y 座標を求めると、
$A(-2, 2)$、$B(3, \frac{9}{2})$
直線 ℓ は A、B を通る点であるので、
$\ell: y=ax+b$ としてそれぞれの座標の値を
代入すると、

$$\begin{cases} 2=-2a+b \\ \frac{9}{2}=3a+b \end{cases}$$

この連立方程式を解くと、$a=\frac{1}{2}$、$b=3$
したがって、直線 ℓ の式は、$y=\frac{1}{2}x+3$。

(2) C から x 軸におろした垂線の足を H、
A から y 軸におろした垂線の足を I、
CH と AI の交点を J とする。



このとき、CJ // EI なので、
$AC:CE = AJ:JI = 3:1$
である。
すなわち、$AJ:JI = 4:3$
AJ の長さは点 A の x 座標と等しく 2 なので、
$2 : JI = 4:3$
$4JI = 6$
$JI = \frac{3}{2}$
これは、y 軸から C までの距離と等しいので
C の x 座標は $-\frac{3}{2}$ となる (符号注意)

また、この C は ℓ 上の点であるので、
$y=\frac{1}{2}x+3$ に $x=-\frac{3}{2}$ を代入することで
y 座標を得られる
$y=\frac{1}{2}\times(-\frac{3}{2})+3=\frac{9}{4}$ 　$\therefore C(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$

これが $y=ax^2$ 上の点であるので、代入して
a の値を求めると、　$a=1$

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ 　$y=x^2$

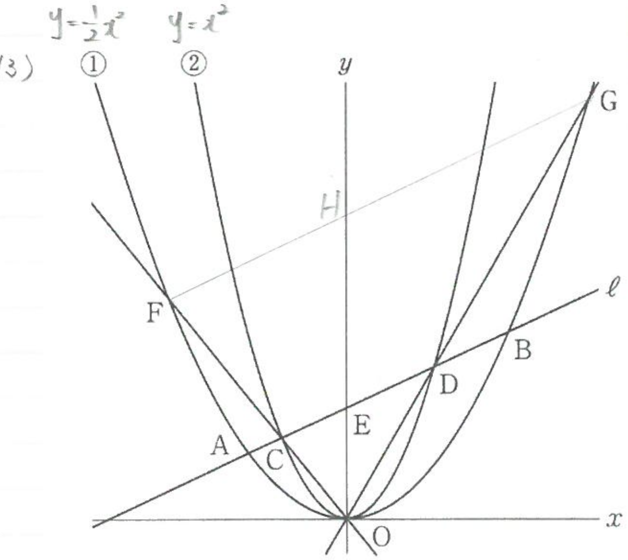


図 2

まず、F、G の座標を求める。
F は $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 OC の交点なので、
直線 OC の式を考える
OC は、原点を通る直線なので、$y=ax$
これに、$C(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ を代入すると、
直線 OC の式は $y=-\frac{3}{2}x$ と分かる。
したがって F の座標を求めるには

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{3}{2}x \end{cases}$$

この連立方程式を解けば良い
$\therefore F(-3, \frac{9}{2})$

次に、G は $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 OD の交点
であるが、こちらではまず D の座標を
求める必要がある。
D の x 座標を t とすると、
$y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点なので $(t, \frac{1}{2}t^2)$
$y=\frac{1}{2}x+3$ 上の点なので $(t, \frac{1}{2}t+3)$
y 座標は一致するはずだから、
$\frac{1}{2}t^2=\frac{1}{2}t+3$
$t>0$ であることに注意して解けば、$t=2$。

したがって、$D(2, 4)$
OD の式は $y=ax$ の形なので、
D の座標を代入して a を求めれば、$y=2x$。
よって、G の座標を求めるには、

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=2x \end{cases}$$

この連立方程式を解けばよい $\therefore G(4, 8)$

四角形 CDGF = △OGF − △OCD
なので、△OGF と △OCD の面積を考える。

直線 FG の交点を H とすると、
△OGF = △OFH + △OGH
それぞれの面積を求めるには H の座標が必要
なので、$F(-3, \frac{9}{2})$ $G(4, 8)$ を利用して、
直線 FG ($y=ax+b$) の式を求めると、

$$\begin{cases} \frac{9}{2}=-3a+b \\ 8=4a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=6 \end{cases}$$

$\therefore y=\frac{1}{2}x+6$
したがって $H(0, 6)$ なので、
$\triangle OGF = \underbrace{(6\times 3\times\frac{1}{2})}_{\triangle OFH}+\underbrace{(6\times 4\times\frac{1}{2})}_{\triangle OGH}$
$=21$
また、$\triangle OCD = \triangle OCE + \triangle ODE$
$=(3\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2})+(3\times 2\times\frac{1}{2})$
$=\frac{21}{4}$

したがって、
四角形 CDGF $=21-\frac{21}{4}$
$=\frac{63}{4}$

$\therefore \frac{63}{4}\text{cm}^2$