埼玉県公立高校入試 H30 [学校選択問題]

1

(1) $x+y-\dfrac{x-y}{6}$

$=\dfrac{6(x+y)-(x-y)}{6}$

$=\dfrac{6x+6y-x+y}{6}$

$=\dfrac{5x+7y}{6}$

(2) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\dfrac{y}{x}-\dfrac{x}{y}$

$=\dfrac{y^2-x^2}{xy}$

$=\dfrac{(y+x)(y-x)}{xy}$

したがって、

$\dfrac{\{(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})\}\{(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}+\sqrt{2})\}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}\times(-2\sqrt{2})}{3-2}$

$=-4\sqrt{6}$

(3) $t=x-1$ とすると、

$3(x-1)^2-(x-1)-1=0$

$\Leftrightarrow 3t^2-t-1=0$

$t=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{1+12}}{6}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

したがって、 $x-1=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

$\therefore x=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$

(4) $y=-2x^2$ について、xの変域を $-2\leqq x\leqq a$ とするときのyの変域が $-8\leqq y\leqq 0$ なので、

そのときのグラフは、

となるはず。よって、aのとりうる値の範囲は

$0\leqq a\leqq 2$

(5) 標準問題 大問1 (10) と同じのため略

(6) ある自然数をnとすると、

nを4で割ると3余る → $n=4k-1$

5で割ると4余る → $n=5l-1$

6で割ると5余る → $n=6m-1$

と表せる

すなわち、

$n+1=4k$

$n+1=5l$

$n+1=6m$

なので、$n+1$ は4の倍数かつ5の倍数かつ6の倍数である。

よって、4, 5, 6の最小公倍数を考えれば

$n+1=60$ $\therefore n=59$

(7) 標準 大問2 (1)

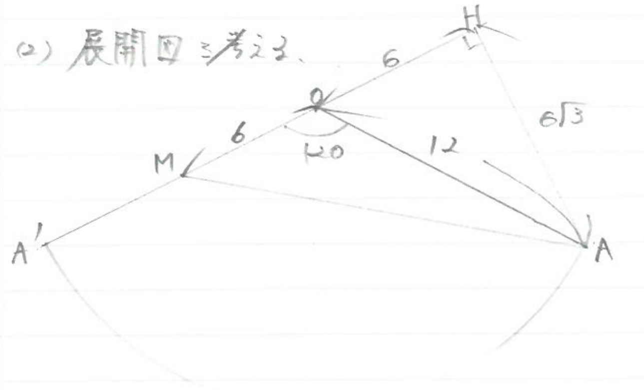
(8) 標準 大問2 (2)

(9) 標準 大問1 (11)

2

(1) 標準 大問2 (3)

(2) 展開図を考える。



MOを延長した直線に、Aからおろした垂線の足をHとする

また、おうぎ形OAA'の中心角を求めると、

中心角 $=\dfrac{\text{弧}}{\text{円周}}\times360$

$=\dfrac{8\pi}{24\pi}\times360$ 底面の半径が4cm

$=120$

ここで、$\angle AOH=180-\angle AOM$

$=60°$

であるので、△AOHは30°, 60°, 90°の三角形と分かる。したがって、OH = 6, AH = $6\sqrt{3}$.

△OMHに三平方の定理を用いて、

$AM^2=12^2+(6\sqrt{3})^2$

$=144+108$

$=252$

$AM>0$ なので、 $AM=\sqrt{252}$

$=6\sqrt{7}$

3

標準 大問3

No.

Date

4

標準 大問 4

5.

(1)

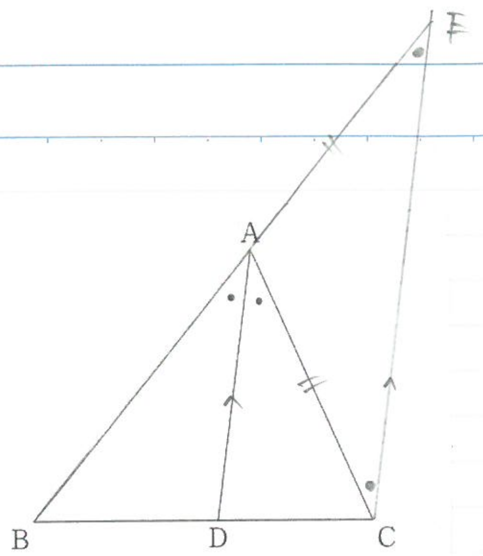


図 1

<証明>

BAの延長上に DA // CE となる点Eをとる。

平行線の錯角は等しいので、

$\angle DAC = \angle EAC$

また、同位角も等しいことから、

$\angle BAD = \angle AEC$

したがって、△ACE は二等辺三角形なので、

$AC = AE$

また、△BEC において、AD // EC なので、

三角形と比の定理より、

$BA : AE = BD : DC$

ここで、$AC = AE$ であることを考えれば、

$BA : AC = BD : DC$ となる。

<証明終>

No.

Date

(2)

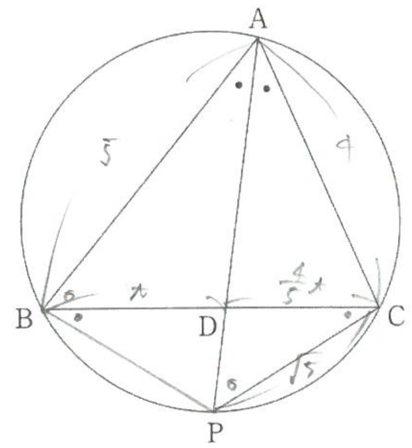


図 2

①

円周角の定理より、$\angle BAP = \angle BCP$

$\angle CAP = \angle CBP$

AD は $\angle BAC$ の二等分線なので $\angle BCP = \angle CBP$

したがって、△BPC は二等辺三角形

すなわち、$CP = BP = \sqrt{5}$

② $BD = x$ とおく。

$BD : DC = AB : AC = 5 : 4$

$x : DC = 5 : 4$

$DC = \frac{4}{5}x$

また、$\triangle DAB \sim \triangle DCP$（2角相等）より、

$DB : AB = DP : CP$ なので、

$x : 5 = DP : \sqrt{5}$　　$\therefore DP = \frac{\sqrt{5}}{5}x$

$DA : AB = DC : CP$ なので、

$DA : 5 = \frac{4}{5}x : \sqrt{5}$　　$\therefore DA = \frac{4\sqrt{5}}{5}x$

$AP = DP + DA$

$= \sqrt{5}x$

ここで、円周角の定理より $\angle ABD = \angle APC$

したがって、△ABP と △ADC において、

2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABP \sim \triangle ADC$

すなわち、$AB : AP = AD : AC$

$\Leftrightarrow 5 : \sqrt{5}x = \frac{4\sqrt{5}}{5}x : 4$

$\sqrt{5}x \times \frac{4\sqrt{5}}{5}x = 20$

$4x^2 = 20$

$x^2 = 5$

$x = \sqrt{5}$

$AD = \frac{4\sqrt{5}}{5}x$ なので、$x = \sqrt{5}$ を代入して

$\frac{4\sqrt{5}}{5} \times \sqrt{5} = 4$

$\therefore$ 4 (cm)